



Devoir maison n°12

à rendre le 18/03

Exercice 1

Soient $E = \mathbb{R}^4$, $F = \{(x, y, z, t) \in E \mid x + y + z + t = 0\}$ et $v = (1, 1, 1, 1)$.

1. Justifier brièvement que F est un sous-espace vectoriel de E . Écrire F sous la forme $F = \text{Vect}(\dots)$, puis déterminer sa dimension.
2. On pose $G = \text{Vect}(v)$.
 - (a) Déterminer $F \cap G$.
 - (b) Prouver que $E = F \oplus G$.

Exercice 2

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2. On note $E = \mathbb{R}_n[X]$ et on considère

$$F = \{P \in E \mid P(2) = 0\} \quad , \quad G = \{P \in E \mid P(-2) = 0\}.$$

1. Prouver que F est un sous-espace vectoriel de E et en déterminer une base et la dimension. Justifier soigneusement votre réponse.
Donner ensuite sans justification une base et la dimension du sev G .
2. Déterminer une base et la dimension de $F \cap G$.
3. Prouver que $E = F + G$. La somme est-elle directe?